

Caminatas aleatorias

María Emilia Caballero, IMUNAM

Proponemos un curso introductorio a los procesos estocásticos a través de las caminatas aleatorias. Esta clase de proceso es la más sencilla después de la de sucesiones de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Son un ejemplo importante de la teoría en el que se pueden estudiar de forma concreta conceptos avanzados.

I. Se introduce la caminata aleatoria simple o juego de volados.

Se estudian problemas asociados como el problema de la ruina o de frontera. Recurrencia o transitoriedad. Principio de reflexión. Probabilidad de regresar al punto de partida (o de alcanzar un cierto punto) en un número determinado de pasos.

II. Funciones generadoras de momentos y aplicaciones a caminatas aleatorias. Recurrencia y transitoriedad de la caminata aleatoria simple por funciones generadoras. La ley arco-seno para la fracción de tiempo en que la caminata aleatoria es positiva. Caminatas aleatorias en general. Comportamiento asintótico y algunas de sus propiedades.

Se darán materiales y referencias para continuar el estudio del tema:

III. Caminatas aleatorias y combinatoria 1. La transformación de Vervaat. 2. El minorante convexo de una caminata aleatoria. 3. El mínimo de una caminata aleatoria. 4. Identidad de Spitzer. 5. Referencias: [Spi56], [AP11], [APRUB11] y [UB12]

IV. Caminatas aleatorias condicionadas a ser positivas 1. El caso de caminatas aleatorias simples y la construcción trayectorial de Pitman. 2. La construcción trayectorial de Bertoin. 3. Construcciones de Tanaka y Keener. 4. Referencias: [Pit75], [Tan89], [Kee92], [Ber93] y [BC11]

V. Introducción a la teoría de fluctuaciones 1. La caminata aleatoria reflejada 2. Los procesos pre y post mínimo y un resultado de independencia 3. La factorización de Wiener-Hopf 4. La distribución del proceso post-mínimo